

## Задача А. Количество различных на отрезке

Имя входного файла:	стандартный ввод
Имя выходного файла:	стандартный вывод
Ограничение по времени:	1.25 секунд
Ограничение по памяти:	256 мегабайт

Дан массив  $a$ , состоящий из небольших целых чисел ( $1 \leq a_i \leq 10^5$ ). Нужно научиться находить количество различных элементов на отрезке.

Используйте алгоритм Мо. Остальные алгоритмы будут забанены :D.

### Формат входных данных

В первой строке вводится одно натуральное число  $N$  ( $1 \leq N \leq 100\,000$ ) — количество чисел в массиве.

Во второй строке вводятся  $N$  чисел от 1 до  $10^5$  — элементы массива.

В третьей строке вводится одно натуральное число  $K$  ( $1 \leq K \leq 100\,000$ ) — количество запросов.

Следующие  $K$  строк содержат следующие запросы:

1. Q l r — найти количество различных чисел на позициях от  $l$  до  $r$  ( $1 \leq l \leq r \leq n$ ).

### Формат выходных данных

На каждый запрос вида Q l r нужно вывести единственное число — количество различных чисел на позициях от  $l$  до  $r$ .

### Пример

стандартный ввод	стандартный вывод
10	7
2 23 7 10 7 23 29 16 28 14	6
10	6
Q 1 9	7
Q 2 9	1
Q 1 8	2
Q 1 9	8
Q 10 10	6
Q 3 5	4
Q 1 10	3
Q 3 9	
Q 4 7	
Q 8 10	

## Задача В. Мощные юнги

Имя входного файла:	стандартный ввод
Имя выходного файла:	стандартный вывод
Ограничение по времени:	0.8 секунд
Ограничение по памяти:	256 мегабайт

Имеется список из  $n$  юнг, для каждого из которых известен его рост  $a_1, a_2, \dots, a_n$ . Рассмотрим некоторый его подсписок  $a_l, a_{l+1}, \dots, a_r$ , где  $1 \leq l \leq r \leq n$ , и для каждого натурального числа  $s$  обозначим через  $K_s$  число юнг с ростом  $s$  в этом подсписке. Назовем *мощностью* подсписка сумму произведений  $K_s \cdot K_s \cdot s$  по всем различным натуральным  $s$ . Так как количество различных чисел в массиве конечно, сумма содержит лишь конечное число ненулевых слагаемых.

Необходимо вычислить мощности каждого из  $t$  заданных подсписков.

### Формат входных данных

Первая строка содержит два целых числа  $n$  и  $t$  ( $1 \leq n, t \leq 200000$ ) — длина списка и количество запросов соответственно.

Вторая строка содержит  $n$  натуральных чисел  $a_i$  ( $1 \leq a_i \leq 10^6$ ) — рост юнг.

Следующие  $t$  строк содержат по два натуральных числа  $l$  и  $r$  ( $1 \leq l \leq r \leq n$ ) — индексы левого и правого концов соответствующего подсписка.

### Формат выходных данных

Выведите  $t$  строк, где  $i$ -ая строка содержит единственное натуральное число — мощность подсписка  $i$ -го запроса.

### Примеры

стандартный ввод	стандартный вывод
3 2 1 2 1 1 2 1 3	3 6
8 3 1 1 2 2 1 3 1 1 2 7 1 6 2 7	20 20 20

## Задача С. Wormhole

Имя входного файла:	стандартный ввод
Имя выходного файла:	стандартный вывод
Ограничение по времени:	2.5 секунд
Ограничение по памяти:	1024 мегабайта

Во время научной экспедиции исследователи обнаружили ряд из  $N$  потенциальных кротовых нор, расположенных в линию и пронумерованных от 1 до  $N$ . Ученые предполагают, что эти норы могут быть связаны некой аномальной активностью, которую они хотят изучить.

Каждая нора  $i$  связана с числом  $A_i$ , которое обозначает базовую *телепортационную характеристику* этой норы.

В начале:

- Только первая нора активирована.
- Остальные норы (со 2-й по  $N$ -ю) не активированы.
- Исследовательский зонд установлен в первой норе.

Ученые могут выполнять следующий эксперимент любое количество раз (в том числе ни разу):

- Находясь в норе  $i$ , можно выбрать любое положительное целое число  $x > 0$ , и переместить зонд в нору с номером  $i + A_i \cdot x$ .
- Перемещение возможно только если номер новой норы существует (то есть  $i + A_i \cdot x \leq N$ ).
- При каждом перемещении новая нора, в которую попал зонд, автоматически активируется.

Ваша задача — определить, сколько различных множеств активированных нор может получиться в результате всех возможных последовательностей таких перемещений. Ответ требуется вывести по модулю 998244353.

### Формат входных данных

Первая строка: целое число  $N$  ( $1 \leq N \leq 2 \cdot 10^5$ ) — количество нор. Вторая строка:  $N$  целых чисел — телепортационные характеристики нор.  $A_i$  ( $1 \leq A_i \leq 2 \cdot 10^5$ ) — телепортационная характеристика норы  $i$ .

### Формат выходных данных

Одно целое число — количество различных множеств активированных нор, по модулю 998244353.

### Примеры

стандартный ввод	стандартный вывод
5 1 2 3 1 1	8
1 200000	1
5 1 1 1 1 1	16

### Замечание

В первом примере есть 8 возможных множеств:

- 1
- 1,2
- 1,2,4

- 1,2,4,5
- 1,3
- 1,4
- 1,4,5
- 1,5

## Задача D. Машинное обучение

Имя входного файла:	стандартный ввод
Имя выходного файла:	стандартный вывод
Ограничение по времени:	4 секунды
Ограничение по памяти:	512 мегабайт

На курсе машинного обучения вам выдали первое домашнее задание — вам предстоит проанализировать некоторый массив из  $n$  чисел.

В частности, вы интересуетесь так называемой *равномерностью* массива. Предположим, что в массиве число  $b_1$  встречается  $k_1$  раз,  $b_2$  —  $k_2$  раз, и т.д. Тогда *равномерностью* массива называется такое минимальное целое число  $c \geq 1$ , что  $c \neq k_i$  для любого  $i$ .

В рамках вашего исследования вы хотите последовательно проделать  $q$  операций.

- Операция  $t_i = 1, l_i, r_i$  задаёт запрос исследования. Необходимо вывести равномерность массива, состоящего из элементов на позициях от  $l_i$  до  $r_i$  включительно.
- Операция  $t_i = 2, p_i, x_i$  задаёт запрос уточнения данных. Начиная с этого момента времени  $p_i$ -му элементу массива присваивается значения  $x_i$ .

### Формат входных данных

Первая строка содержит  $n$  и  $q$  ( $1 \leq n, q \leq 100\,000$ ) — размер массива и число запросов соответственно.

Во второй строке записаны ровно  $n$  чисел —  $a_1, a_2, \dots, a_n$  ( $1 \leq a_i \leq 10^9$ ).

Каждая из оставшихся  $q$  строк задаёт очередной запрос.

Запрос первого типа задаётся тремя числами  $t_i = 1, l_i, r_i$ , где  $1 \leq l_i \leq r_i \leq n$  — границы соответствующего отрезка.

Запрос второго типа задаётся тремя числами  $t_i = 2, p_i, x_i$ , где  $1 \leq p_i \leq n$  — позиция в которой нужно заменить число, а  $1 \leq x_i \leq 10^9$  — его новое значение

### Формат выходных данных

Для каждого запроса первого типа выведите одно число — равномерность соответствующего отрезка массива.

### Пример

стандартный ввод	стандартный вывод
10 4	2
1 2 3 1 1 2 2 2 9 9	3
1 1 1	2
1 2 8	
2 7 1	
1 2 8	

### Замечание

Первый запрос состоит из ровно одного элемента — 1. Минимальное подходящее  $c = 2$ .

Отрезок второго запроса состоит из четырёх 2, одной 3 и двух 1. Минимальное подходящее  $c = 3$ .

Отрезок четвёртого запроса состоит из трёх 1, трёх 2 и одной 3. Минимальное подходящее  $c = 2$ .

## Задача E. $\sqrt{\text{Range Minimum Query}}$

Имя входного файла:	стандартный ввод
Имя выходного файла:	стандартный вывод
Ограничение по времени:	2 секунды
Ограничение по памяти:	256 мегабайт

Компания Giggle открывает свой новый офис в Судиславле, и вы приглашены на собеседование. Ваша задача — решить поставленную задачу.

Вам нужно создать структуру данных, которая представляет из себя массив целых чисел. Изначально массив пуст. Вам нужно поддерживать две операции:

- запрос: «?  $i$   $j$ » — возвращает минимальный элемент между  $i$ -м и  $j$ -м, включительно;
- изменение: «+  $i$   $x$ » — добавить элемент  $x$  после  $i$ -го элемента списка. Если  $i = 0$ , то элемент добавляется в начало массива.

Конечно, эта структура должна быть достаточно хорошей.

### Формат входных данных

Первая строка входного файла содержит единственное целое число  $n$  — число операций над массивом ( $1 \leq n \leq 200\,000$ ). Следующие  $n$  строк описывают сами операции. Все операции добавления являются корректными. Все числа, хранящиеся в массиве, по модулю не превосходят  $10^9$ .

### Формат выходных данных

Для каждой операции в отдельной строке выведите её результат.

### Пример

стандартный ввод	стандартный вывод
8	4
+ 0 5	3
+ 1 3	1
+ 1 4	
? 1 2	
+ 0 2	
? 2 4	
+ 4 1	
? 3 5	

## Задача F. МЕХ на пути

Имя входного файла:	стандартный ввод
Имя выходного файла:	стандартный вывод
Ограничение по времени:	3 секунды
Ограничение по памяти:	256 мегабайт

Дано дерево, на каждом ребре которого написано неотрицательное целое число. Вам необходимо ответить на несколько запросов вида «для данных вершин  $u$ ,  $v$  назовите наименьшее неотрицательное целое число, которое **не** встречается среди чисел, написанных на ребрах на пути от  $u$  до  $v$ ».

### Формат входных данных

Первая строка входных данных содержит два числа  $n$  и  $q$  ( $2 \leq n \leq 10^5$ ,  $1 \leq q \leq 10^5$ ), количество вершин и количество запросов.

Следующие  $n - 1$  строк содержат по три числа  $u_i, v_i, x_i$  ( $1 \leq u_i, v_i \leq n$ ,  $u_i \neq v_i$ ,  $0 \leq x_i \leq 10^9$ ), которые описывают ребро дерева  $(u_i, v_i)$ , на котором написано число  $x_i$ .

Следующие  $q$  строк содержат по паре чисел  $a_j, b_j$  ( $1 \leq a_j, b_j \leq n$ ), которая обозначает запрос на пути от  $a_j$  до  $b_j$ .

### Формат выходных данных

Для каждого запроса выведите единственное число — минимальное число, которое не встречается на пути.

### Пример

стандартный ввод	стандартный вывод
7 6	0
2 1 1	1
3 1 2	2
1 4 0	2
4 5 1	3
5 6 3	3
5 7 4	
1 3	
4 1	
2 4	
2 5	
3 5	
3 7	

## Задача G. Запросы композиции перестановок

Имя входного файла:	стандартный ввод
Имя выходного файла:	стандартный вывод
Ограничение по времени:	2 секунды
Ограничение по памяти:	512 мегабайт

Вам дан массив  $a_1, \dots, a_n$ , состоящий из перестановок длины  $m$ .

Мы можем определить операцию  $+$  для двух перестановок  $x$  и  $y$  длины  $m$  как такую перестановку  $z = x + y$ , что  $z_i = y_{x_i}$  для всех  $1 \leq i \leq m$ . Заметьте, что порядок сложения важен.

Вам даны  $q$  запросов, каждый запрос задается двумя числами  $1 \leq l \leq r \leq n$ . Рассмотрим перестановку  $b$  длины  $m$ , такую что  $b = ((\dots((a_l + a_{l+1}) + a_{l+2}) + \dots) + a_r)$ . Тогда ответом на запрос будет являться сумма  $\sum_{i=1}^m i \cdot b_i$ . Реализуйте программу, быстро отвечающую на эти запросы.

### Формат входных данных

Первая строка содержит единственное целое число  $t$  равное количеству тестовых случаев ( $1 \leq t \leq 1000$ ). Далее следует описание  $t$  тестовых случаев, каждое в следующем формате:

Первая строка каждого описания содержит два целых числа  $n, m$  ( $1 \leq n, m \leq 10^5$  и  $1 \leq n \cdot m \leq 2 \cdot 10^5$ ). Следующие  $n$  строк содержат по  $m$  различных целых чисел  $a_{i1}, a_{i2}, \dots, a_{im}$ , разделенных пробелами ( $1 \leq a_{ij} \leq m$ ). Следующая строка содержит единственное целое число  $q$  ( $1 \leq q \leq 2 \cdot 10^5$ ). Следующие  $q$  строк содержат по два целых числа  $l, r$ , разделенных пробелами ( $1 \leq l \leq r \leq n$ ).

Гарантируется, что сумма  $n \cdot m$  и сумма  $q$  по всем тестовым случаям не превосходит  $2 \cdot 10^5$ .

### Формат выходных данных

Выведите ответы на запросы в том порядке, к которому они заданы во входных данных.

### Пример

стандартный ввод	стандартный вывод
1	10
4 3	11
3 2 1	11
1 3 2	14
1 2 3	11
2 3 1	
5	
1 1	
1 4	
3 4	
3 3	
1 3	

# Задача Н. Hubble Space Telescope's 35th anniversary

Имя входного файла:	стандартный ввод
Имя выходного файла:	стандартный вывод
Ограничение по времени:	2 секунды
Ограничение по памяти:	512 мегабайт

В далеком космосе находятся  $N$  орбитальных станций, пронумерованных от 1 до  $N$  в порядке убывания их высот над планетой. У каждой станции своя уникальная высота. Между станциями проложено  $M$  односторонних космических трансферов.  $i$ -й трансфер ( $1 \leq i \leq M$ ) ведет от станции  $S_i$  к станции  $E_i$ , строго с более высокой орбиты на более низкую. Против направления трансферов двигаться невозможно.

В честь 35-летия телескопа «Хаббл» команда ученых организует  $Q$  праздничных космических встреч. Каждый ученый изначально закреплен за одной из станций (за каждой из станций закреплен ровно 1 ученый).

Для каждой  $j$ -й встречи ( $1 \leq j \leq Q$ ) известно, что  $Y_j$  ученых слишком заняты важными экспериментами и не смогут прибыть. Встреча состоится на станции  $T_j$ . Ученый может попасть на встречу только в том случае, если существует путь от его станции до  $T_j$  с использованием трансферов в разрешённом направлении.

Ученые — настоящие романтики космоса: если у них есть несколько маршрутов на выбор, они выберут путь с максимальным числом трансферов, чтобы вдоволь насладиться космическими пейзажами.

Ваша задача — для каждой встречи определить, сколько трансферов использует самый длинный путь среди всех ученых, которые прибудут на встречу. Если ни один ученый не сможет прибыть на встречу, выведите  $-1$ .

## Формат входных данных

Первая строка содержит три целых числа, разделённых пробелами:  $N$  ( $1 \leq N \leq 10^5$ ),  $M$  ( $0 \leq M \leq 2 \cdot 10^5$ ),  $Q$  ( $1 \leq Q \leq 10^5$ ) — количество станций, трансферов и встреч.

Следующие  $M$  строк содержат по два целых числа  $S_i$  и  $E_i$ , описывающих существующий трансфер от станции  $S_i$  к станции  $E_i$ . ( $1 \leq S_i < E_i \leq N$ );  $(S_i, E_i) \neq (S_j, E_j) \forall 1 \leq i < j \leq M$ .

Далее идут  $Q$  строк, каждая описывает одну встречу: сначала два числа  $T_j$  и  $Y_j$ , затем  $Y_j$  целых чисел  $C_{j,1}, C_{j,2}, \dots, C_{j,Y_j}$  — номера станций, где работают занятые ученые.

$$1 \leq T_j, Y_j \leq N$$

$$1 \leq C_{j,1} < C_{j,2} < \dots < C_{j,Y_j} \leq N$$

$$Y_1 + Y_2 + \dots + Y_Q \leq 10^5.$$

## Формат выходных данных

Выведите  $Q$  строк. В  $j$ -й строке ( $1 \leq j \leq Q$ ) выведите одно число — максимальное количество трансферов, которое использует ученый с самым длинным маршрутом, прибывший на  $j$ -ю встречу. Если никто не сможет прибыть, выведите  $-1$ .

## Пример

стандартный ввод	стандартный вывод
5 6 3	1
1 2	3
2 4	0
3 4	
1 3	
3 5	
4 5	
4 1 1	
5 2 2 3	
2 3 1 4 5	

## Замечание

Пояснения к первому примеру:

На первую встречу смогут прийти ученые со станций 2, 3, 4. Их самый длинный маршрут до станции 4 занимает всего 1 трансфер. Ответ 1.

На вторую встречу смогут прийти ученые со станций 1, 4, 5. Со станции 4 можно только одним трансфером добраться до 5, а со станции 1 самый длинный путь займет 3 трансфера:  $1 \rightarrow 3 \rightarrow 4 \rightarrow 5$ .

На третью встречу на станции 2 сможет прийти только ученый со станции 2, поэтому ответ 0. Ответ -1 был бы, если ученый со станции, на которой проводится встреча, тоже не смог бы прийти.